

Mes: junio

Nombre: _____ Curso: _____ Fecha: _____

Objetivo: Graficar funciones lineal y afín e interpretar gráficos.

Contenido: Función lineal. Función afín. Variables dependiente e independiente. Plano cartesiano. Gráfico de funciones lineal y afín. Interpretación de gráficos.

Instrucciones: Lea con atención la información relevante referida a función lineal y función afín, de modo tal que sea un apoyo en el desarrollo de su trabajo. Trabajo individual.

FUNCIÓN

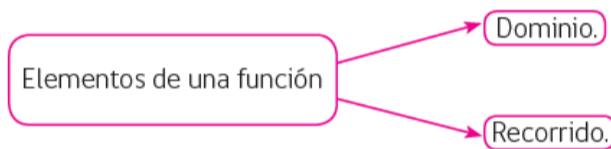
Formalmente, una **función** es una relación entre dos variables de manera que, a cada valor de la primera, le corresponde un único valor en la segunda. A estas variables se les denomina:

Independiente: Corresponde a la primera variable y se le suele asignar la letra x .

Dependiente: Es la que se deduce de la variable independiente y se le suele designar con la letra y , o como $f(x)$.

ELEMENTOS DE UNA FUNCIÓN

Una función $f(x)$ está constituida por: El dominio y el recorrido.



Analizaremos cada uno de estos conceptos:

Llamaremos **dominio de la función y lo escribiremos $Dom f$** al conjunto de todos los valores que puede tomar la variable independiente.

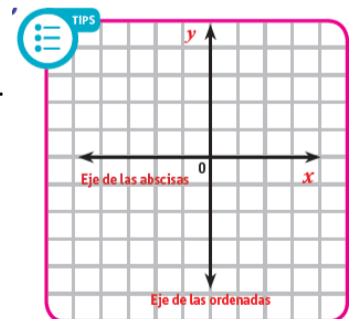
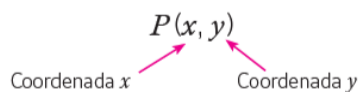
El conjunto formado por los valores que puede tomar la variable dependiente se denomina **recorrido o imagen de la función y lo escribiremos $Rec f$ o $Im f$** .

Una función es una **relación** que asigna a cada elemento del dominio uno y solo un elemento del recorrido.

PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

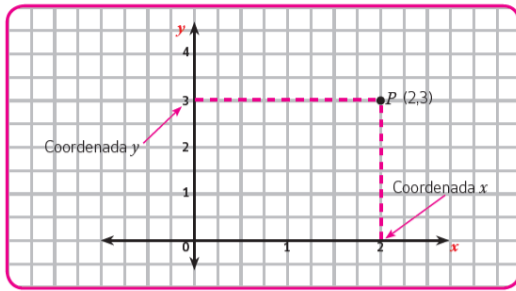
Un punto del plano cartesiano $P(x, y)$ se dice que tiene coordenadas en el eje x (eje de abscisas) y en el eje y (eje de las ordenadas). Al par ordenado (x, y) , se le denomina coordenadas del punto en el plano cartesiano.

Un punto se ubica en el plano cartesiano en base a sus coordenadas.

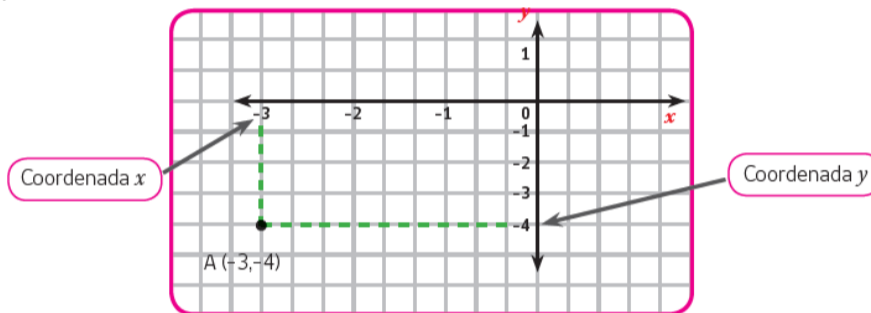


Ejemplos:

1) El punto de la imagen es el punto $P(2, 3)$, porque su coordenada x es 2 y su coordenada y es 3.

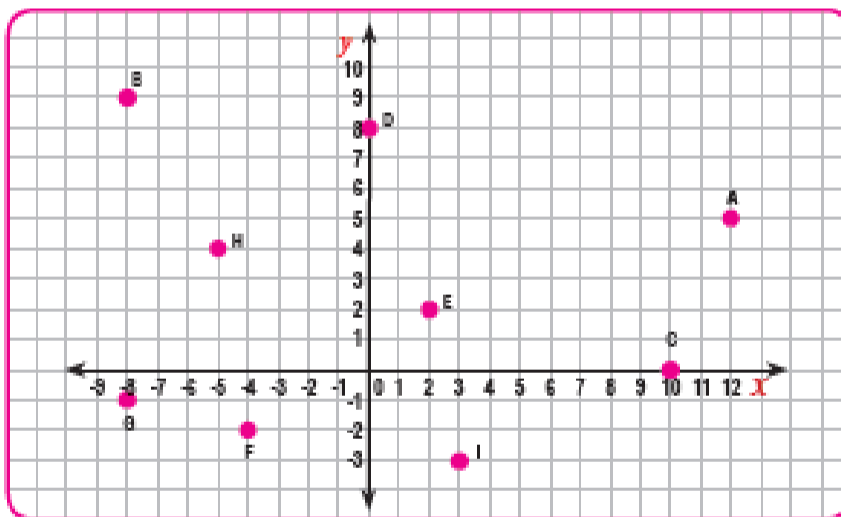


2) El punto de la imagen es el punto $A(-3, -4)$, porque su coordenada x es -3 y su coordenada y es -4.



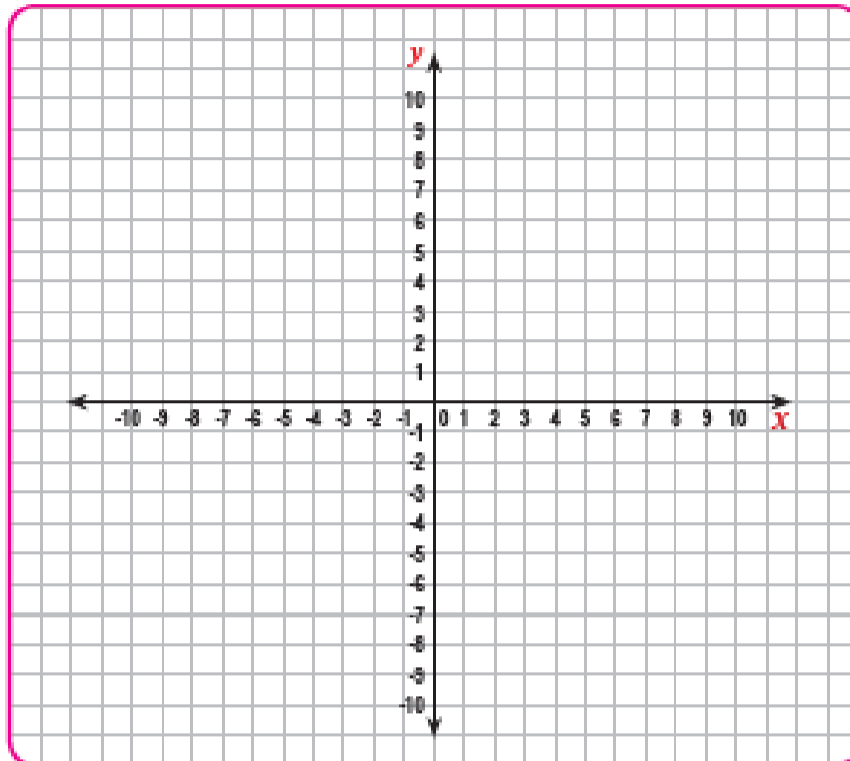
Ejercicios

1) Escriba las coordenadas de los puntos que aparecen en el siguiente plano cartesiano.
(5 puntos)



- A(. .)
- B(. .)
- C(. .)
- D(. .)
- E(. .)
- F(. .)
- G(. .)
- H(. .)
- I(. .)

2) Ubique en el plano cartesiano los puntos dados. (5 puntos)



- A(6, 10)
- B(-6, 5)
- C(10, 10)
- D(3, -2)
- E(8, -4)
- F(-1, -1)
- G(6, 0)
- H(0, -2)
- I(-8, -10)
- J(-10, 7)

TABULACIÓN DE VALORES DE UNA FUNCIÓN

Para realizar una tabla de valores de una función debemos elegir un conjunto de valores de la variable independiente y evaluar la función en cada uno de esos valores. Esta tabla nos ayudará a organizar datos y a graficar, pues con ella obtendremos los puntos que debemos ubicar en el plano cartesiano para realizar la gráfica de la función.

Ejemplo:

Realizaremos una tabla de valores para la función $f(x) = 5x + 1$

Primero elegimos un conjunto de números para la variable independiente, por ejemplo $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

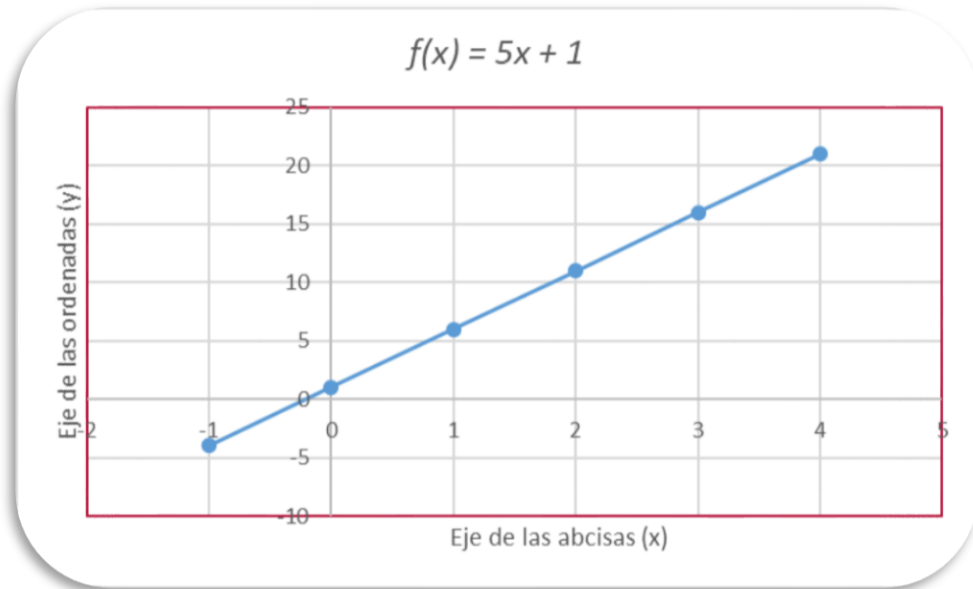
Luego evaluamos la función en cada uno de esos valores, es decir calculamos $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ y $f(4)$

Finalmente escribimos el punto que se representa de forma $(x, f(x))$.

x	Evaluamos $f(x) = 5x + 1$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$.
-1	$f(-1) = 5 \cdot (-1) + 1 = -5 + 1 = -4$	-4	$(-1, -4)$
0	$f(0) = 5 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1$	1	$(0, 1)$
1	$f(1) = 5 \cdot 1 + 1 = 5 + 1 = 6$	6	$(1, 6)$
2	$f(2) = 5 \cdot 2 + 1 = 10 + 1 = 11$	11	$(2, 11)$
3	$f(3) = 5 \cdot 3 + 1 = 15 + 1 = 16$	16	$(3, 16)$
4	$f(4) = 5 \cdot 4 + 1 = 20 + 1 = 21$	21	$(4, 21)$

Habitualmente verá esta tabla resumida, con las columnas x y $f(x)$, en este caso:

x	$f(x)$
-1	-4
0	1
1	6
2	11
3	16
4	21



FUNCIÓN AFÍN

Se denomina función afín a aquella de la forma:

$$f(x) = mx + n$$

Donde m y n son números reales distintos de cero.

Ejemplo:

Juan es un taxista que cobra \$280 por bajada de bandera y \$ 60 por cada tramo de 200 metros recorridos. Si llamamos x al número de tramos recorridos, la función que permite determinar el costo de un viaje en el taxi de Juan es:

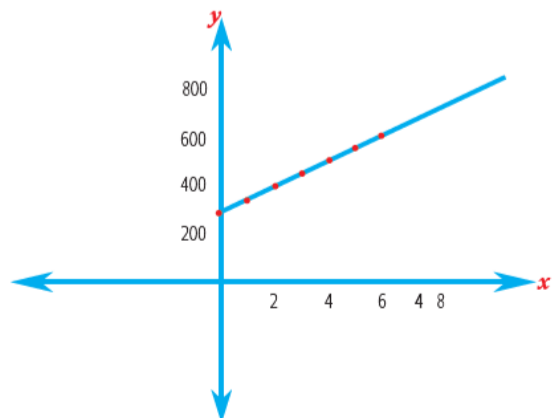
$$f(x) = 60x + 280$$

Variables involucradas: $f(x)$ cantidad de dinero a pagar por viaje, x cantidad de tramos recorridos.

Tabla de valores

x (tramos)	$f(x)$ \$
0	280
1	340
2	400
3	460
4	520
5	580
6	640

Gráfica de la función



FUNCIÓN LINEAL

La forma algebraica de la función lineal puede representarse de la siguiente manera:

$$f(x) = mx$$

Donde m es un número real distinto de cero.

Ejemplo:

Francisco acompañó a su padre a comprar y ha visto que 1 kg de tomates vale \$ 500. Al preguntar cómo se calcula el precio para diferentes kilos de tomates su padre le explica que debe relacionar el número de kilos de tomates con el precio final.

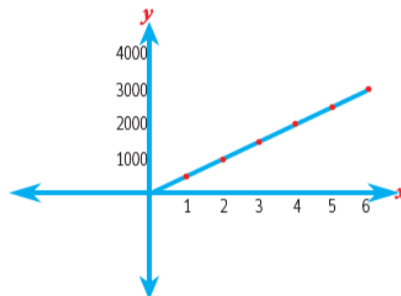
Las variables en esta situación son «**número de kilogramos**» (variable independiente) y «**precio**» (variable dependiente). Si llamamos x al número de kilogramos y $f(x)$ al precio, la función que las relaciona es la función lineal, que se expresa de la siguiente manera:

$$f(x) = 500x$$

Tabla de valores

x (kilogramos)	$f(x)$ \$
0	0
1	500
2	1000
3	1500
4	2000
5	2500
6	3000

Gráfica de la función



TIPS

En una función lineal la relación entre la variable independiente y dependiente es de proporcionalidad directa, en la relación de la función afín esta condición cambia por la condición inicial de la función.

Ejercicios

- 3) Clasifique las siguientes funciones según su tipo, como **función lineal o afín**.
(4 puntos)

Función	Tipo
a) $f(x) = 2x + 8$	
b) $f(x) = -3x - 1$	
c) $f(x) = -3,2x - 8,7$	
d) $f(x) = 3500x$	

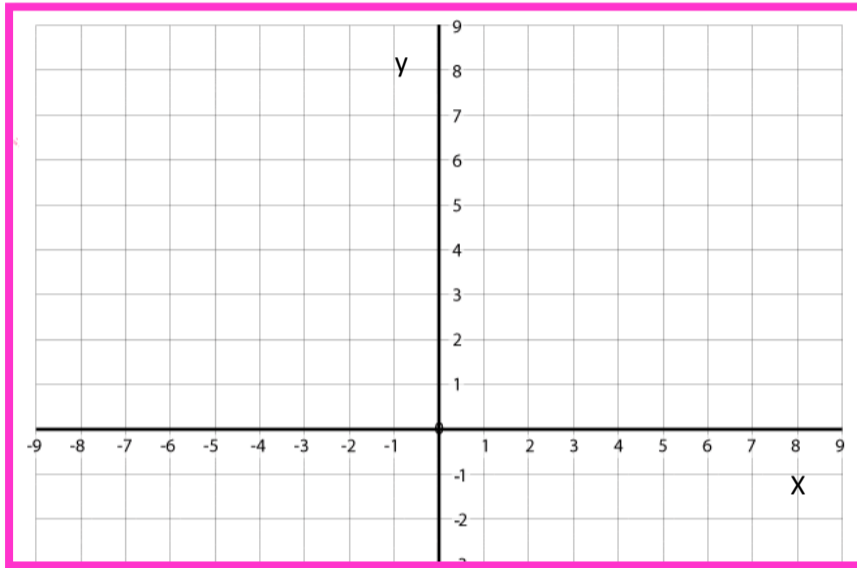
- 4) Realice la tabulación de las funciones $f(x) = 2x$ y $f(x) = 2x + 8$.
(12 puntos)

x	Evaluamos $f(x) = 2x$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
-1			
0			
1			
2			
3			
4			

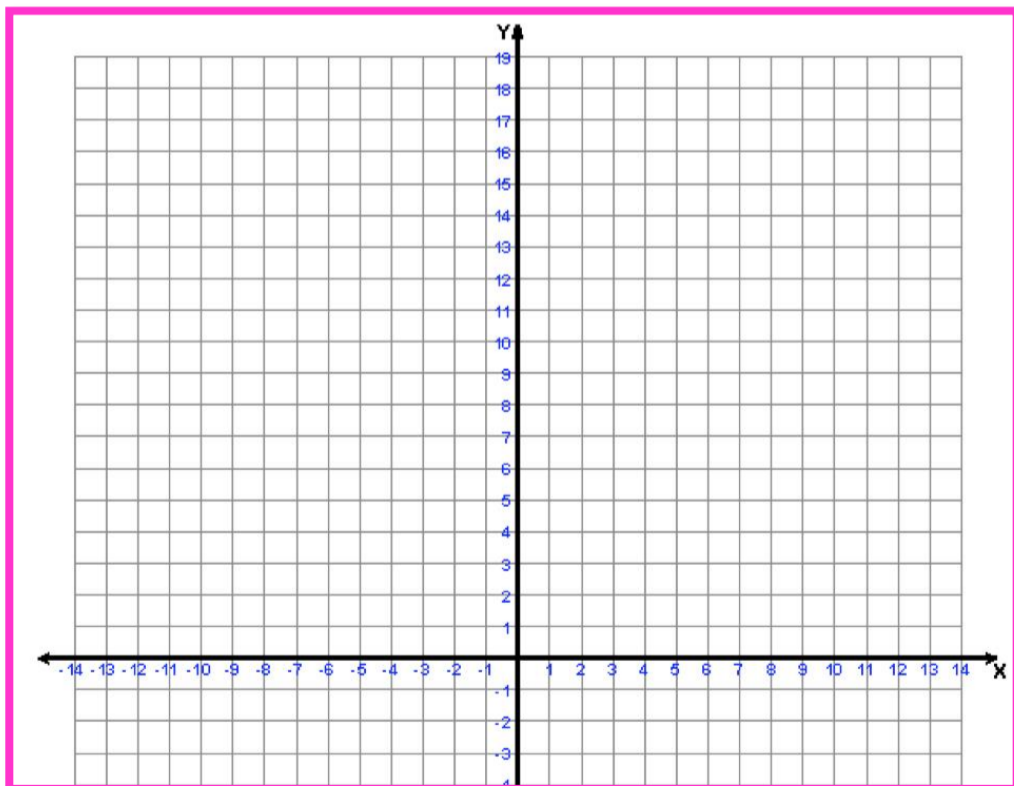
X	Evaluamos $f(x) = 2x+8$	$f(x)$	Par ordenado $(x, f(x))$
-1			
0			
1			
2			
3			
4			

5) Grafique las funciones $f(x) = 2x$ y $f(x) = 2x + 8$. (4 puntos)

$$f(x) = 2x$$



$$f(x) = 2x + 8$$



6) Responda las siguientes preguntas referidas a las funciones estudiadas,
 $f(x) = 2x + 8$ y $f(x) = 2x$. (4 puntos)

a) ¿Qué diferencia(s) puede establecer entre los gráficos? Indique al menos una.

b) ¿Qué similitud(es) puede establecer entre los gráficos? Indique al menos una.

c) ¿Cómo define función lineal y función afín, de acuerdo a lo estudiado?

EVALUACIÓN DE FUNCIONES

Evaluar una función consiste en determinar el valor de la variable dependiente, dado el valor de la variable independiente.

Si la función se escribe como $f(x)$, la función evaluada para un valor numérico, como 5, se escribe $f(5)$.

Para realizar la evaluación se sustituye el valor numérico en donde aparece la variable x y se realizan las operaciones aritméticas necesarias.

Ejemplos:

1) Evaluar la función $f(x) = 2x + 8$ cuando el valor numérico de x es 5.

$$f(5) = 2 \cdot 5 + 8$$

$$f(5) = 10 + 8$$

$$f(5) = 18$$

2) Si $f(x) = -3x - 1$ ¿cuál es el valor de $f(-4)$?

$$f(-4) = -3 \cdot (-4) - 1$$

$$f(-4) = 12 - 1$$

$$f(-4) = 11$$

3) El valor de la función $f(x) = -3,2x - 8,7$ en $x = -1,6$

$$f(-1,6) = -3,2 \cdot -1,6 - 8,7$$

$$f(-1,6) = 5,12 - 8,7$$

$$f(-1,6) = -3,58$$

4) Si $x = \frac{1}{3}$, evalúe la función $f(x) = -\frac{7}{5}x - \frac{1}{2}$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-7}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{7}{15} - \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-14 - 15}{30}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-29}{30}$$

5) Claudia quiere invitar a tres de sus amigas al cine y la entrada al cine más cercano a su casa tienen un costo de \$ 3.500.

¿Cuál es la variable dependiente e independiente?

Una variable dependiente que se identifica en esta situación es «**el valor que cancelará Claudia por el total de las entradas al cine**», que depende de la variable independiente x , que representa «**número de amigas que Claudia invitará al cine**».

La función que relaciona estas variables es la función lineal $f(x) = 3500x$

Evaluar la función es útil para saber cuánto dinero tendrá que cancelar según el número de amigos que invite.

a) ¿Cuál es el valor que debe cancelar Claudia por 3 entradas?

Al evaluar la función en $x = 3$ lo sabremos:

$$\begin{aligned} f(3) &= 3.500 \cdot 3 \\ &= \$ 10.500 \end{aligned}$$

Respuesta:

Si Claudia invita a 3 amigas al cine debe cancelar \$ 10.500 por las entradas.

b) ¿Cuánto pagará Claudia si invita a 5 amigas?

Al evaluar la función en $x = 5$ sabremos el valor que debe cancelar por las 5 entradas:

$$\begin{aligned} f(5) &= 3.500 \cdot 5 \\ &= 17.500 \end{aligned}$$

Respuesta:

Si Claudia invita a 5 amigas al cine debe cancelar \$ 17.500 por las entradas.

6) El sueldo de un vendedor está dado por la función lineal $y = f(x) = 0,1x + 300.000$, donde x representa el valor de las ventas que el vendedor realizó durante el mes. Si vendió \$ 100.000 durante el mes de julio, **¿cuál fue el sueldo que recibió ese mes?**

Solución:

Para saberlo evaluaremos la función en 100.000

$$\begin{aligned} f(100.000) &= 0,1 \cdot 100.000 + 300.000 \\ &= 10.000 + 300.000 \\ &= 310.000 \end{aligned}$$

Respuesta:

El sueldo del vendedor en el mes de julio fue de \$ 310.000

Ejercicios

7) Resuelva los siguientes ejercicios de evaluación de funciones: (4 puntos)

a) Evalúa la función $f(x) = 5x + 9$ en $x = 1$
b) Si $f(x) = 2x - 6$, evalúa la función en $x = -7$
c) Si $x = 3$, ¿Cuál es el valor de la función $f(x) = -6x + 8$?
d) Si $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{3}{7}$, ¿cuál es el valor de $f\left(\frac{3}{2}\right)$?

8) Un recipiente vacío comienza a llenarse con agua a ritmo constante. Al cabo de un minuto la altura del nivel del agua es de 3 cm. A los dos minutos, de 6 cm, y así, sucesivamente. Responda: (4 puntos)

a) Escriba una función que represente la altura del nivel del agua, considerando el tiempo transcurrido.
b) ¿Es una función lineal o afín?
c) En esta situación ¿qué significa $f(4)$?
d) Al cabo de 6 minutos, ¿cuál es la altura del nivel del agua?

9) Un recipiente que contiene 100 mm de agua (1 cm de altura), comienza a llenarse a un ritmo constante de 2 cm por minuto. Responda: (4 puntos)

a) ¿Cuál es la función que representa el nivel del agua en cada instante?
b) ¿Es una función lineal o afín?
c) En esta situación ¿qué significa $f(4)$?
d) A los 6 minutos desde que el recipiente comienza a llenarse, ¿cuál es la altura del nivel del agua?

Puntaje Máximo: 42 puntos



Huircan C., Mauricio y Carmona V., Katherina. 2013. Guía de Aprendizaje N°4. Funciones lineales y afín, ángulos y rectas. Educación Matemática. Primer nivel o ciclo de Educación Media. Educación para Personas Jóvenes y Adultas. Primera edición. Ministerio de Educación.